

## BETEKENISVOLLE WISKUNDE-ONDERRIG

Die uitdaging van Wiskunde-onderrig is om Wiskunde so aan te bied dat dit:

### (a) vir leerlinge sin ("sense") maak

Wiskunde maak sin as die *betekenis* en *funksionaliteit* daarvan (in die algemeen en vir spesifieke inhoude) sigbaar word.

1. Betekenis het te doen met die vraag *waarna verwys dit (wat sê dit, waarom handel dit?)*, byvoorbeeld bewustheid van die referente van simbole en terme, of die inligting wat in bewerings beskryf word. Die betekenis van die simbool  $x$  in die funksievoorskrif  $y = 3x + 5$  is byvoorbeeld dat dit 'n numeriese veranderlike voorstel, terwyl die uitdrukking  $3x + 5$  inligting verskaf oor hoe die waarde van die veranderlike  $y$  wat ooreenstem met enige gegewe waarde van die veranderlike  $x$  bereken kan word.
2. Funksionaliteit het te doen met die vraag *waartoe dien dit? (wat is die waarde daarvan?)*. Funksionaliteit verwys na *hoekom dit die moeite werd is om daarmee te werk*. Die nuttigheid van Wiskunde is primêr daarin geleë dat dit instrumente (metodes) voorsien waarmee *inligting* verkry kan word, hetsy oor situasies buite Wiskunde (*eksterne nuttigheid*) of situasies binne Wiskunde (*interne nuttigheid*). Dikwels is die nuttigheid van 'n bepaalde Wiskunde-inhoud bloot daarin geleë dat dit 'n *beter* (geriefliker, akkurater, betroubaarder) metode is om inligting oor 'n bepaalde soort situasie te verkry as ander metodes wat reeds bekend is (bv. determinante - Cramer se reël - vir die oplos van stelsels lineêre vergelykings).  
Die funksionaliteit (waarde) van 'n stuk Wiskunde is egter nie net (noodwendig) in sy *nuttigheid* geleë nie, maar dikwels in die *inherente appél* wat Wiskunde tot die individu rig (indien die logika en samehange daarvan goed genoeg verstaan word - kyk hieronder).

### (b) vir leerlinge logies is

Dit het te doen met kinders se *beleving* van

1. die *geldigheid* van bewerings/algoritmes (is dit *waar?*/*werk* dit?)
2. die *verklaring* van bewerings/algoritmes (*hoekom* is dit so?/*hoekom* werk dit?).

Die *hoekom*-vraag verwys egter ook na ander inhoudstipes as bewerings en algoritmes, bv. hoekom is juis dít die notasie/terminologie vir 'n spesifieke konsep, of hoekom is 'n klaskonsep juis só gedefinieer?

### (c) vir leerlinge samehangend is

Twee soorte samehange is hier ter sprake:

1. die onderlinge samehange tussen die verskillende inhoude wat aangebied word (bv. tussen faktore en die oplos van kwadratiese vergelykings).
2. die samehange tussen die inhoude wat aangebied word en die voorkennis, intuïesies wat leerders reeds het. Om nuwe kennis te verstaan beteken per definisie om dit te koppel aan reeds bestaande kennis.

### (d) deur leerlinge uitvoerbaar is

Uitvoerbaarheid hang onder andere daarvan af of voldoende voorsiening vir die verwerwing en inoefening van tegniese *vaardighede* gemaak word.

### (e) leerlinge die aard van verskillende inhoudstipes begryp

Verskillende soorte Wiskunde-inhoude stel verskillende uitdagings en verskillende begrypingseise ten opsigte van betekenis, funksionaliteit, logika, samehange en vaardigheid. Dit is essensieel dat leerlinge die *aard* van inhoude sal begryp. Ons onderskei op die volgende bladsy enkele wiskundige *inhoudstipes*.

## BEHEERSING VAN WISKUNDE-INHOUDE

Om 'n Wiskunde-inhoud te "verstaan" of te *beheer*, beteken om bewus te wees van die aard (tipe) en betekenis daarvan, die samehang daarvan met ander bekende inhoude, die funksionaliteit en die logika daarvan.

Die volgende vyf dimensies (aspekte) van beheersing van Wiskunde-inhoude kan dus onderskei word.

1. Beheersing van die *betekenis* van die inhoud.
2. Beheersing van *funksionaliteit*, dit wil sê bewustheid van die toepassingsmoontlikhede, binne of buite Wiskunde, van die betrokke inhoude.
3. Beheersing van *logika*, byvoorbeeld bewustheid van die redes hoekom 'n bewering geldig is (die vermoë om dit te verklaar of te regverdig).
4. Beheersing van die *aard* (soort, tipe) van die inhoud, byvoorbeeld of dit 'n bewering, prosedure, klaskonsep, simbool of ander soort inhoud is. Hierdie aspek het op alle Wiskunde-inhoude betrekking.
5. Beheersing van die *samehang* van die betrokke inhoud met ander inhoude. Die distributiewe eienskap van die heelgetalle hou byvoorbeeld verband met meeste prosedures vir vermenigvuldiging en deling (dit vorm die logiese grondslag van dié) prosedures, asook met die distributiewe eienskap van die reële getalle ('n veralgemening van eersgenoemde), en sodoende met die omskakeling tussen die produktvorme en somvorme van 'n sekere klas algebraïese uitdrukkings.

Die bogenoemde vyf aspekte verwys na die *kwaliteit* van beheersing van Wiskunde-inhoude.

Met die *intensiteit* van beheersing bedoel ons die mate of vlak van beheersing ten opsigte van enige van hierdie kwaliteite.

Met *paraatheid* bedoel ons 'n persoon se vermoë om Wiskunde-inhoude wat hy beheer produktief in aksie te stel, byvoorbeeld sy vaardigheid in die toepassing van 'n wiskundige prosedure, in die herkenning van 'n voorbeeld van 'n konsep, of in die reproduksie van 'n bewering.

## WISKUNDIGE INHOUDSTIPES

LW: (^?) is vir studente om te voltooi.

### (a) Klaskonsepte

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Parallelogram, sirkel, funksie, vergelyking, ongelykheid, afgeleide funksie, getal, vektor, matriks, operator, negatiewe getal, algebraïese identiteit, produk, som, versameling, kwosiënt, hoeklyn, sy, swaartelyn, faktor, deler, deeltal, hoekpunt

*Opmerking:* 'n Definisie van 'n klaskonsep is natuurlik 'n bewering.

### (b) Relasiekonsepte of verbande

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Ewewydigheid, gelykvormigheid, kongruensie, ekwivalensie van uitdrukkings, optellingsinverses, veelvoud, is groter as, mag, gelykheid, verwisselende hoeke, regoorstaande hoeke

*Opmerking:* Enige spesifieke voorbeeld soos "AB is ewewydig aan CD" is natuurlik 'n bewering (spesifieke voorbeelde van 'n klaskonsep wat deur 'n verband verbind word).

### (c) Mate (ook 'n soort konsep)

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* oppervlakte, absolute waarde, die bepaalde integraal van 'n funksie oor 'n sekere interval, waarskynlikheid, radius, omtrek, verskil, verhouding

### (d) Bewerings (Engels: generalizations, soms principles)

*Beskrywing:* 'n Bewering is 'n volsin wat geldig of ongeldig kan wees. Normaalweg word na bewerings verwys as aksiomas, hipoteses, stellings, wette, beginsels of resultate.

*Voorbeelde:* Stelling van Pythagoras, resstelling, verspreidingseienskap, die hoeklyne van 'n parallelogram halveer mekaar, die cosinusreël, ewewydige lyne is oral ewe vêr van mekaar,

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

### (e) Prosesse

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Faktorisering, oplossing van vergelykings, differensiasie, "bewysvoering", integrasie, verandering van onderwerp van 'n formule, lineêre programmering, vermenigvuldiging, deling, optelling, aftrekking, magsverheffing, worteltrekking

### (f) Algoritmes

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Die weegskaalalgoritme (balansering) vir oplossing van lineêre vergelykings in een onbekende, kwadraatsvoltooiing, enige spesifieke afgeleide funksie, enige spesifieke onbepaalde integraal, langdeling

### (g) Notasiewyses

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Eksponensiële notasie, algebraïese uitdrukkings,  $f(x)$  notasie, koördinaatgrafieke, absolute waarde, sigma-notasie

### (h) Terminologie

*Beskrywing:* (^?)

*Voorbeelde:* Die woorde "eksponent", "koördinaat", "koëffisiënt", "term", "hoeklyn"